CONCURSUL DE MATEMATICA

"*Simon Petru*"

Ediţia a XVI-a, Tg. Mureş 16 ianuarie 2016

CLASA a XI-a

P 1 *Fie* $A=(a_{ij})_{1\leq i,j\leq 2}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. *Să se arate că:*

$a)$ $\mathrm{tr}\left(AA^t+A^tA^*\right)=(\mathrm{tr}A)^2$.

$b)$ *Dacă* $|a_{12}|\neq|a_{21}|$, *matricea* AA^t-A^tA *este inversabilă*

P 2 *Fie* A *o matrice de ordinul doi cu elemente numere reale şi* A^t *matricea transpusă. Ştiind că* $\det\left(A+A^t\right)=8$ *şi* $\det\left(A+2A^t\right)=27$, *să se calculeze* $\det A$.

P 3 *Fie* $p\geq 1$ *un număr natural. Să se calculeze*

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{pn}\sqrt{k^2+1}\sin\left(\arctan k-\arctan n\right).$$

P 4 *Fie* $x_1\in(0,+\infty)$ *şi* $x_n=(x_{n-1})^2+nx_{n-1}+n-2$, *oricare ar fi* $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$. *Calculaţi*

$$\lim_{n\to\infty}\frac{x_{n+1}}{(1+x_1)(2+x_2)...(n+x_n)}.$$

Observaţie:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.

Timp de lucru efectiv 3 ore.