CONCURSUL DE MATEMATICA
"*Simon Petru*"
Ediţia a XVI-a, Tg. Mureş 16 ianuarie 2016

IX. osztály

M1

P 1 *Ha* $q \geq 3$ *és* $r > 4q$ *prímszámok, határozd meg az összes olyan* $(n, m) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ *számpárt, amelyre létezik egy* $p \geq 1$ *természetes szám úgy, hogy*

$$\sqrt{p + 4qr} + \sqrt{p} = n \quad \text{\textit{és}} \quad \sqrt{p + 4qr} - \sqrt{p} = m.$$

P 2 *Ha* $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ *az* O *középpontú és* 1 *sugarú kör köré írt szabályos hatszög, számítsd ki a*

$$\overrightarrow{v} = \overrightarrow{A_1A_2} + \overrightarrow{A_1A_3} + \overrightarrow{A_1A_4} + \overrightarrow{A_1A_5} + \overrightarrow{A_1A_6}.$$

vektor hosszát.

P 3 *Határozd meg az* a *és* b *valós számokat tudva, hogy*

$$a + b \in \mathbb{Z} \quad \text{\textit{és}} \quad a^2 + 4b^2 = 4.$$

P 4 *Az* $ABCD$ *konvex négyszögben* $AB + CD \geq BC + AD$*. Az* AB *és* CD *átmérőjű körök külső érintő körök. Igazold, hogy* $ABCD$ *trapéz.*

Megjegyzés:
Minden feladat kötelező.
Minden feladat 7 pontot ér.
Munkaidő 3 óra.