

CONCURSUL DE MATEMATICA

"Simon Petru"

Ediția a XVI-a, Tg. Mureș 16 ianuarie 2016

CLASA a IX-a

P 1 Dacă $q \geq 3$ și $r > 4q$ sunt numere prime, determinați toate perechile $(n, m) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ pentru care există un număr natural $p \geq 1$ cu proprietatea că

$$\sqrt{p + 4qr} + \sqrt{p} = n \quad \text{și} \quad \sqrt{p + 4qr} - \sqrt{p} = m.$$

P 2 Dacă $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ este hexagonul regulat circumscris cercului de centru O și rază 1, calculați lungimea vectorului

$$\vec{v} = \overrightarrow{A_1A_2} + \overrightarrow{A_1A_3} + \overrightarrow{A_1A_4} + \overrightarrow{A_1A_5} + \overrightarrow{A_1A_6}.$$

P 3 Să se determine numerele reale a și b știind că

$$a + b \in \mathbb{Z} \quad \text{și} \quad a^2 + 4b^2 = 4.$$

P 4 Fie $ABCD$ un patrulater convex cu $AB + CD \geq BC + AD$. Cercurile de diametre AB și CD sunt tangente exterior. Să se demonstreze că $ABCD$ este trapez.

Observație:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.

Timp de lucru efectiv 3 ore.